

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013**

- 6** Con le cifre da 1 a 7 è possibile formare $7! = 5040$ numeri corrispondenti alle permutazioni delle 7 cifre. Ad esempio i numeri 1 234 567 e 3 546 712 corrispondono a due di queste permutazioni. Se i 5040 numeri ottenuti dalle permutazioni si dispongono in ordine crescente qual è il numero che occupa la settima posizione e quale quello che occupa la 5036-esima posizione e quale quello che occupa la 1441-esima posizione?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013

- 6** Il numero più piccolo che si può formare con le cifre da 1 a 7 è 1234567. Disponiamo le cifre secondo la seguente stringa:

1 2 3 4 5 6 7

Osserviamo che i primi sei numeri che si possono scrivere in ordine crescente sono quelli ottenibili dalla permutazione delle ultime tre cifre ($3! = 6$ permutazioni):

1 234 567, 1 234 576, 1 234 657, 1 234 675, 1 234 756, 1 234 765.

Pertanto il settimo valore nella successione si ottiene dalla stringa di partenza tenendo fisse le prime tre cifre (1'1, il 2 e il 3) e scambiando il 4 con il 5:

1 235 467.

Per determinare il valore che occupa la 5036-esima posizione e, sapendo che il numero totale degli elementi della successione è 5040, possiamo partire dal valore più grande:

7 654 321

che occupa la 5040-esima posizione, e andare così a ritroso fino alla vicina 5036-esima posizione:

5040-esima posizione: 7 654 321

5039-esima posizione: 7 654 312

5038-esima posizione: 7 654 231

5037-esima posizione: 7 654 213

5036-esima posizione: 7 654 132

Pertanto il valore che occupa la 5036-esima posizione è 7654132.

Infine, osservando che $6! = 720$, i primi 720 valori della successione si possono ottenere permutando le ultime 6 cifre della seguente stringa, tenendo fissa la prima cifra dell'1:

1 2 3 4 5 6 7

Ne consegue che i successivi 720 valori, fino alla 1440-esima posizione, si ottengono permutando le ultime 6 cifre della nuova seguente stringa, tenendo fissa la prima cifra del 2:

2 1 3 4 5 6 7

Se ne deduce che il valore della successione che occupa la 1441-esima posizione è il valore più piccolo che ha come prima cifra il 3 ovvero:

3 124 567.