

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2009**

7 Si dimostri l'identità $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$ con n e k naturali e $n > k$.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2009

- 7** Data l'identità $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$ con n e k naturali e $n > k$, si esplicitano i coefficienti binomiali tramite la funzione fattoriale per entrambi i membri.

Primo membro:

$$\binom{n}{k+1} = \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k-1)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)(n-k)}{(k+1) \cdot k!}$$

Secondo membro:

$$\begin{aligned} \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1} &= \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \cdot \frac{n-k}{k+1} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{n-k}{k+1} = \\ &= \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)(n-k)}{(k+1) \cdot k!}. \end{aligned}$$

Poiché il primo membro è uguale al secondo membro, l'identità è verificata.