

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2010**

8 Se $n > 3$ e $\binom{n}{n-1}, \binom{n}{n-2}, \binom{n}{n-3}$ sono in progressione aritmetica, qual è il valore di n ?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2010

- 8** Una successione numerica si dice *progressione aritmetica* se la differenza fra ogni termine e il suo precedente è costante. Pertanto deve valere:

$$\binom{n}{n-2} - \binom{n}{n-1} = \binom{n}{n-3} - \binom{n}{n-2} \text{ con } n > 3 \text{ e naturale,}$$

ovvero:

$$2\binom{n}{n-2} - \binom{n}{n-1} - \binom{n}{n-3} = 0.$$

Applichiamo per ogni coefficiente binomiale la legge delle classi complementari, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$:

$$2\binom{n}{2} - \binom{n}{1} - \binom{n}{3} = 0.$$

Sviluppiamo i coefficienti binomiali e risolviamo l'equazione in $n > 3$ e naturale:

$$2 \frac{n(n-1)}{2} - n - \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2} = 0 \rightarrow n(n-1) - n - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 0 \rightarrow$$

$$n(6n - 12 - n^2 + 3n - 2) = 0 \rightarrow n(n^2 - 9n + 14) = 0 \rightarrow$$

$n = 0$ non accettabile;

$$n = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} 7 \text{ accettabile} \\ 2 \text{ non accettabile} \end{cases}$$

Pertanto il valore di n per cui i coefficienti dati sono in progressione aritmetica è 7.